

Исследовательская работа

# Треугольник Паскаля

**Авторы:** Сюзева Василиса, учащаяся 11 "Г" класса,

Калита Анна, учащаяся 11 "Г" класса

**Руководитель:** Бушук Елена Петровна, учитель математики

ГУО СШ №7 г. Бреста

Секция математики

2021

Брест

## **Оглавление:**

Оглавление: стр. 2

Введение: стр. 3

Определение треугольника Паскаля: стр. 4

Свойства треугольника Паскаля: стр. 5

История возникновения: стр.6

Бином Ньютона: стр. 7

Заключение: стр. 8

Список использованной литературы: стр. 9

Приложение: стр. 10

"Треугольник Паскаля так прост, что выписать его сможет даже десятилетний ребенок. В то же время он таит в себе неисчерпаемые сокровища и связывает воедино различные аспекты математики, не имеющие на первый взгляд между собой ничего общего. Столь необычные свойства позволяют считать треугольник Паскаля одной из наиболее изящных фигур во всей математике"

Мартин Гарднер, "Неисчерпаемое очарование треугольника Паскаля", 1974

Каждый из нас на уроке или же при выполнении домашнего задания сталкивался с трудными задачами. И математика не исключение. Благодаря знанию свойств решаются целые задания. Целью данной исследовательской работы является изучение треугольника Паскаля, его свойств и их сути, применение этих свойств как в алгебре, так и в геометрии, анализ и вывод о выполнении поставленных задач. Треугольник Паскаля является интересной, но в то же время простой темой. Однако есть в нем и то, над чем можно подумать. Треугольник Паскаля охватывает множество тем, он может быть понятен как и детям, так и взрослым, на его примере можно развивать логику и рассматривать интересные примеры.



## 2. Свойства Треугольника Паскаля:

- Строки данной таблицы симметричны относительно оси  $Oy$ .
- На вершине и по бокам расположены единицы.
- Каждое число является суммой двух расположенных выше него чисел.
- Третье число равно сумме номеров предшествующих строк, а также треугольному числу.

Треугольное число — вид фигурного числа; число кружочков, которые можно расставить в форме равностороннего треугольника.

Фигурные числа — общее название чисел, словно связанных с какой-либо геометрической фигурой, например, тем же треугольником. Именно от этих чисел возникло выражение: "Возвести число в квадрат или куб".

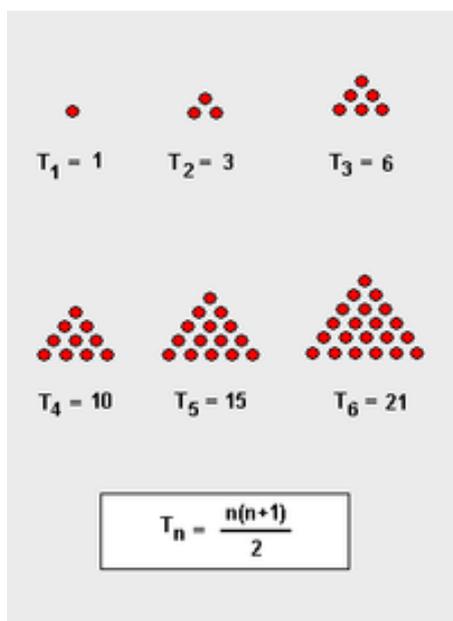


рис. 2, фигурные числа

- Четвертое число является тетраэдрическим.
- Каждое число в треугольнике равно количеству способов добраться до него до вершины путем перемещения либо вправо-вниз, либо влево-вниз.
- Если в строке с нечетным номером сложить все числа вида  $3n$ ,  $3n+1$ ,  $3n+2$ , где  $n$  — строка треугольника Паскаля, то первые две суммы будут равны, а третья - на единицу меньше.
- Сумма чисел  $n$ -ой строки треугольника Паскаля равняется  $2^n$ .
- Имеет применение в теории вероятностей и комбинаторике.

### 3. История возникновения:

Первое упоминание треугольной последовательности биномиальных коэффициентов под названием *meru-prastaara* встречается в комментарии индийского математика X века Халаюдхи к трудам математика Пингалы. Треугольник исследовался также Омаром Хайямом около 1101 года. Из-за этого в Иране до сих пор эту схему называют треугольником Хайяма, а не Паскаля. А китайцы называют его треугольником Яна Хуэя, так как в 1303 году была выпущена книга "Яшмовое зеркало четырех элементов" его авторства, где на одной из иллюстраций был изображен треугольник Паскаля. В 1653 году вышла книга Блеза Паскаля "Трактат об арифметическом треугольнике" — отсюда и второе название.

### 圖方蔡七法古

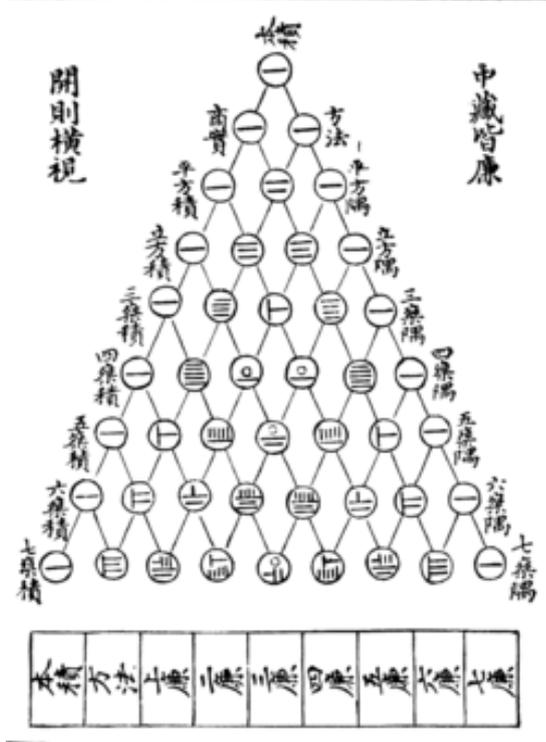


рис. 3, треугольник Яна Хуэя, 1303 год, китайский средневековый манускрипт.

#### 4. Бином Ньютона:

Бином Ньютона — это формула для разложения на отдельные слагаемые целой степени суммы двух переменных.

При любом  $n$ :

$(a+b)^n = C_n^0 a^n b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + \dots + C_n^m a^{n-m} b^m + \dots + C_n^m a^0 b^n$  — формула Ньютона.

Правая часть формулы — разложение степени биннома.

Исаак Ньютон — (1643-1727) английский физик, математик и астроном, один из создателей классической физики.

## **5. Заключение:**

И так, треугольник Паскаля — фигура, которую способен понять даже ребенок. С его помощью можно решать задачи на вероятность и количество способов решения ситуации. Также он заключает в себе множество свойств, помогающих узнать и понять темы внешкольной программы. Эта тема мы считаем актуальной, так как она заключает в себе множество других подтем и помогает обширно понимать математику: как алгебру, так и геометрию. К тому же, это полезно для общего развития и расширения кругозора.

## **6. Список использованной литературы:**

"Неисчерпаемое очарование треугольника Паскаля", Мартин Гарднер, 1974 г.

"Яшмовое зеркало четырех элементов", Ян Хуэй, 1303 г.

<https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/691603>

<https://core.ac.uk/download/38644667.pdf>

<https://research-journal.org/physics-mathematics/kak-iz-treugolnika-paskalya-izvlech-formuly-dlya-nahozheniya-vsex-prostykh-chisel/>

## 7. Приложение:

1. В группе детского сада 4 ребенка, каждому из которых нужно раздать по 2 конфеты. Сколькими способами можно это сделать?

1 способ:

Используем формулу биномиального коэффициента:

$$C_{4-2}^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!*2!} = \frac{1*2*3*4}{1*2*1*2} = \frac{24}{4} = 6$$

2 способ:

Используем треугольник Паскаля. Так, 2 конфеты на рисунке — это вторая диагональ (считая слева), а 4 ребенка — четвертая строка сверху. Ответом будет являться пересечение данных диагонали и строки, т. е. число 6.

Примечание: важно, что единицы на вершине и по бокам считаются нулевым коэффициентом и образуют нулевую диагональ и нулевую строку. При нумерации они не учитываются.

				1									
				1		1							
			1		2		1						
			1		3		3		1				
			1		4		6		4		1		
			1		5		10		10		5		1

Значит, раздать конфеты можно при помощи 6 способов.

Ответ: 6 способов.

2. В библиотеке день открытых дверей. Поэтому самые известные книги белорусских авторов необходимо расставить по 5 на каждую полку. Всего 10 книг. При помощи скольких способов можно расставить книги?

1 способ:

$$C_{10-5}^5 = \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{10!}{5!*5!} = \frac{1*2*3*4*5*6*7*8*9*10}{1*2*3*4*5*1*2*3*4*5} = \frac{3628800}{14400} = 252$$

2 способ:





Коэффициент в разложении взят из 6 строки треугольника Паскаля, так как степень шестая. Показатель степени  $a$  уменьшается от 6 до 0, а показатель степени  $b$  увеличивается от 0 до 6.